

Übung 2

Codes, Bits & Bytes

Aufgabe 1: Kodierung (4 Punkte)

Mina Ralwasser arbeitet gerade an einer neuen Lichtorgel. Sie besteht zunächst aus 3 Glühbirnen, die einzeln ein- und ausgeschaltet werden können.

- Wie viele Zustände kann die Lichtorgel annehmen?
- Wie viele Zustände sind es im allgemeinen Fall, wenn die Anzahl der Glühbirnen n beträgt, wobei n eine beliebige natürliche Zahl sein kann?
- Wie viele Glühbirnen braucht Mina mindestens, wenn sie 1000 Zustände ermöglichen will?
- Und wie viele für 65536 Zustände?

Aufgabe 2: Kodierung (4 Punkte)

- Deutschland hat rund 83 Millionen Einwohner. Wie lang muss eine Bitfolge mindestens sein, wenn durch sie ein Bundesbürger eindeutig „kodiert“ werden soll?
- Wie viele CDs *mit unterschiedlichem Inhalt* (auf Bitebene betrachtet) lassen sich - theoretisch - herstellen? Gehen Sie dabei davon aus, dass jede CD ein Datenvolumen von 650 MB hat. Beachten Sie: 1 MB = 1024 KByte; 1 KByte = 1024 Byte; 1 Byte = 8 Bit. Nehmen Sie nun an, dass jede CD eine Dicke von 2 mm hat und Sie einen Stapel aller verschiedenen CDs bilden wollen. Wie hoch wird der Stapel? Rechnen Sie die Stapelhöhe in Astronomische Einheiten, also der mittleren Entfernung Erde-Sonne um, welche nach Nikolaus Kopernikus und Tycho Brahe 1.142 Erdradien beträgt, also etwa 150 Millionen Kilometer.

Hinweis: Diese Aufgabe ist eine gute Gelegenheit, das mathematische Thema „Rechnen mit Logarithmen“ zu wiederholen, da wahrscheinlich weder Ihr Taschenrechner, noch Ihr Computer mit Zahlen dieser Größe vernünftig rechnen können. Insbesondere die Umrechnung der Basis von 2 nach 10 könnte hilfreich sein.

Aufgabe 3: Zahlensysteme (4 Punkte)

Mina Ralwasser arbeitet gerade an einem Computer, der intern alle Zahlen zur Basis 13 darstellt. Sie verwendet dazu die Symbole 0 bis 9 und A, B und C.

- a) Das erste Ergebnis, das ihr der Rechner liefert, lautet ABC_{13} . Können Sie ihr sagen, was dies im Dezimalsystem bedeutet? Und was bedeutet 13_{13} ?
- b) Welches Ergebnis müsste ihr Computer liefern, wenn das die Zahl im Dezimalsystem 42_{10} lautet? Und wie lautet die Ausgabe für 4711_{10} ?

Aufgabe 4: Rechnen im Dualsystem und Komplementdarstellung (2 Punkte)

- a) Wir betrachten einen Computer, der ganze positive Zahlen mit der Breite $n = 8$ Bit verarbeitet (keine Komplementrechnung).
Wie lautet sein Ergebnis für die Berechnung der Summe $116_{10} + 211_{10}$? Welche Beziehung besteht zwischen diesem Ergebnis, dem korrekten Ergebnis und der Zahl 2^n ?
- b) Eine ganze Zahl habe im Zweierkomplement die Darstellung $\mathbf{z} = 1100101$.
Wie lautet die ganze Zahl im Dezimalsystem, wenn es sich um eine Darstellung mit 7 Bit handelt? Und wie bei 8 Bit? Wie lautet das Einerkomplement von \mathbf{z} ? Welches Ergebnis liefert die Addition von \mathbf{z} mit ihrem Einerkomplement?